Auswertung Versuch 33:

Prismenspektrometer

von: Jonas Schwer

am: 08.10.24

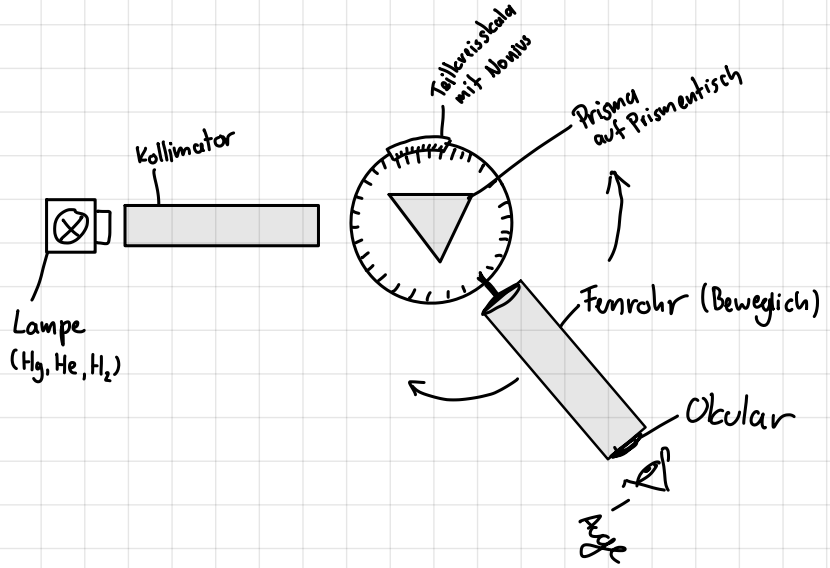
1. Einleitung

1.1 Motivation

In diesem Versuch wollen wir zuerst anhand der Ablenkwinkel δ eines Hg-Spektrums die Winkeldispersionskurve $\delta(\lambda)$ eines Prismas aufzeichnen. Mit dieser Dispersionskurve als Eichkurve wollen wir daraufhin die Wellenlängen eines He-Spektrums, sowie eines Wasserstoffspektrums bestimmen. Letztendlich werden wir damit die Rydberg-Konstante berechnen.

1.2 Versuchsaufbau

Der Aufbau bleibt im Wesentlichen für jede Messreihe gleich.
Eine Lampe (Hg, He, H_2) strahlt Licht in einen Kollimator, der die Strahlen parallelisiert. Daraufhin treffen die Strahlen auf ein Prisma auf einem Prismentisch, welches das Licht spektral zerlegt. An dem Tisch ist ein Fernrohr, welches man im Kreis um den Prismentisch drehen kann, bis eine Wellenlänge des zerlegten Lichts mittig durch es hindurch geht. Schaut man nun durch das Okular am Fernrohr, sollte man die gewünschte Spektrallinie auf dem Kreuz zu sehen sein. Eine angebrachte Teilkreisskala mit Nonius ermöglicht dann das Ablesen des Winkels.



Skizze 1: Versuchsaufbau

1.3 Physikalische Grundlagen

Um zu Verstehen, wie dieser Versuch funktioniert, müssen wir erst noch einmal einige Grundlagen durchgehen.

Im Grunde genommen ist ein Spektrometer ein Instrument, welches Licht in seine verschiedenen Wellenlängen -den Spektralfarben- aufspaltet. Es gibt verschiedene Arten, wie ein solches Spektrometer aufgebaut ist, wir beschäftigen uns hier allerdings ausschließlich mit einem Prisma. Der Strahlengang in einem Prisma ist in folgender Abbildung dargestellt:

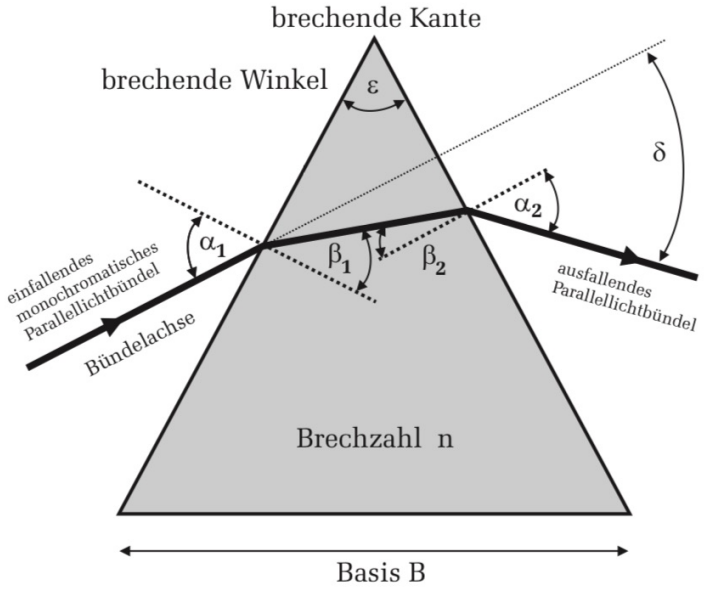


Abbildung 1: *Hauptschnitt eines Prismas.*

Quelle: PAP1 Versuchsskript, Jens Wagner

Nimmt man nun für den Brechungsindex von Luft an, dass $n_{Luft} = 1$ (üblicherweise ist das so der Fall), berechnet man den Ablenkwinkel δ geometrisch als:

$$\delta(n) = \alpha_1 - \varepsilon + \arcsin\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha_1}\,\sin\varepsilon - \sin(\alpha_1)\cos(\varepsilon)\right) \tag{1}$$

Der minimale Ablenkwinkel wird erreicht, wenn die Lichtbündel senkrecht auf die Winkelhalbierende von ε treffen. Dann gilt:

$$\alpha_{min} = \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\delta_{min} + \varepsilon}{2} \tag{2}$$

Auch gilt die Fraunhofersche Formel. Diese Lautet:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}[\delta_{min} + \varepsilon]\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\varepsilon\right)} \tag{3}$$

Messungen am Prismenspektrometer erfolgen idealerweise beim minimalen Ablenkwinkel, da dann δ kaum von α_1 abhängt und minimal ist. Wenn paralleles, weißes Licht auf das Prisma trifft, kommt es zu Dispersion, da der Brechungsindex n wellenlängenabhängig ist (also eigentlich $n(\lambda)$). Diese Dispersionskurve kann gemäß (3) bestimmt werden.

Weißes Licht, das aus verschiedenen Farben besteht, wird also spektral zerlegt: Die unterschiedlichen Farben werden unterschiedlich stark gebrochen und das Licht „aufgefächert".

Da δ gemäß (1) von n und n gemäß (3) von λ abhängt, ergibt sich eine spezielle Winkeldispersionskurve $\delta(\lambda)$, die charakteristisch für das Prisma angibt, welche Wellenlänge wie stark abgelenkt wird.

Nun muss noch geklärt werden, wie die Spektrallinien entstehen. Trifft Licht in Form von Quanten auf ein Atom, kann es bei charakteristischen Wellenlängen zur quantenhaften Absorption und daraufhin zur Emission kommen. Ein Elektron kann dabei Energie aufnehmen, um in ein höheres Energieniveau zu springen, und gibt diese Energie dann wieder in alle Richtungen als Licht ab. Dadurch kann z.B. das Spektrum des Wasserstoffs ermittelt werden, indem die Übergänge von Elektronen zur zweiten Schale beobachtet werden.

Die Rydberg-Formel liefert generell eine Aussage zu der Wellenlänge, bei der ein Quantensprung auftritt:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \qquad (4)$$

Dabei ist λ die Wellenlänge, R_∞ die Rydbergkonstante, n die Hauptquantenzahl des unangeregten Elektrons und m die Hauptquantenzahl des angeregten Elektrons.

Es gilt $m > n$ und $m, n \in \mathbb{N}$.

Die Balmer-Serie gibt die sichtbaren Spektrallinien des Wasserstoffs an, indem man in (4) $n = 2$ setzt. Die Balmerformel lautet also:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right), \quad m \in \mathbb{N}, \; m > 2 \qquad (5)$$

2. Messprotokoll

Versuch 33: Prismenspektrometer

27.09.2024

Harish Mahendran
Manuel Sorgenfrei
Jonas Schwer

Messgeräte:

- Spektrometer mit Prisma
- Hg-Lampe
- He-Lampe
- Wasserstoffflampe
- Netzgeräte

Aufgabe 3: Als erstes stellen wir die Quecksilber-Dampflampe vor den Kollimator. Wir drehen das Prisma, bis sich die grüne Linie bei jeder Drehung des Prismas in die selbe Richtung bewegt. Wir platzieren das Fadenkreuz nun jeweils auf einer Farbe und notieren die zugehörige Gradzahl.

Farbe	Grün	gelb (stark)	rot (schwach)	rot (stark)	türkis (mittel)	türkis (stark)	blau	violett mittel	violett stark	gelb stark (2)
Auslenkung [°]	38	38,5	39,5	39	37,5	37,5	36	35	35	38,5
Auslenkung [']	10	3	20	-1	5	1	21	27,5	20	6

Fehler der Messungen für alle Ablesungen Nonius: ± 1,0'

Tabelle 1: Hg-Dampflampe Eichkurven messung

Aufgabe 4: Wir tauschen die Hg-Lampe mit der He-Lampe aus. Wir lassen das Prisma eingestellt und messen erneut:

Farbe	rot	gelb	grün (stark)	grün (mittel)	blau (mittel)	blau (stark)
Auslenkung [°]	39	38,5	37,5	37,5	37	36,5
Auslenkung [']	18	10	10	2	9	7

Tabelle 2: He-Lampe

Zusatzaufgabe: Zuletzt messen wir das selbe wie in Aufgabe 4 nur nun mit der Wasserstoff-Lampe

Farbe	rot	türkis	violett (stark)	violett (schwach)
Auslenkung [°]	39	37	36	35,5
Auslenkung [']	12	24	16	3

Tabelle 3: H_2-Lampe

27.9.2024
M. Dinger

3. Auswertung

Aufgabe 1: Erstellen der Dispersionskurve

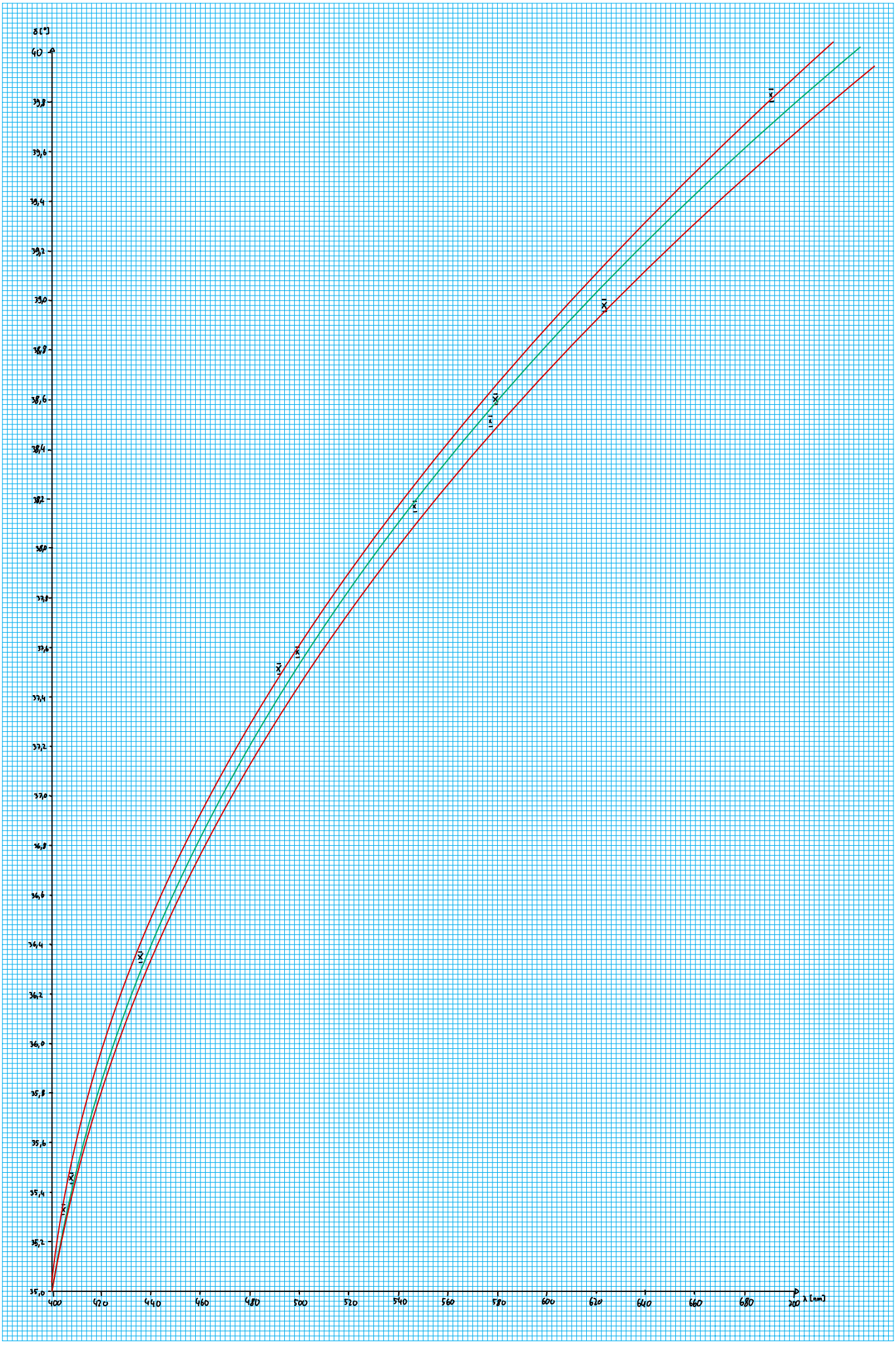
Um die Werte der Tabelle 1 des Messprotokolls in ein Diagramm aufzutragen, erweitern wir die Tabelle um Wellenlänge λ und um eine Zeile, in der wir die Grad und Gradminuten zusammenrechnen:

Farbe	Grün	gelb (stark)	rot (schwach)	rot (stark)	türkis (mittel)	türkis (stark)	blau	violett mittel	violett stark	gelb stark (2)	
Auslenkung [°]	38	38,5	39,5	39	37,5	37,5	36	35	35	38,5	
Auslenkung [']	10	3	20	-1	5	1	21	27,5	20	6	
δ [°]	38,167 ± 0,017	38,550 ± 0,017	39,833 ± 0,017	38,983 ± 0,017	37,583 ± 0,017	37,517 ± 0,017	36,350 ± 0,017	35,458 ± 0,017	35,333 ± 0,017	38,600 ± 0,017	
λ [nm]	546,1	577,0	690,7	623,4	499,2	491,6	435,8	407,8	404,7	579,1	

Tabelle 4: Ergänzte Tabelle 1

Diagramm 1: Dispersionskurve $\delta(\lambda)$

Grün: Ausgleich
Rot: Fehlerschlauch



Nun wollen wir daraus die Spektrallinien des Heliumspektrums bestimmen.

Wir lesen also nun für jeden Wert aus Tabelle 2 die zugehörige Wellenlänge ab:

$\lambda_1 = (649 \pm 11)\,nm$	(rot)
$\lambda_2 = (574 \pm 8)\,nm$	(gelb)
$\lambda_3 = (510 \pm 6)\,nm$	(grün, stark)
$\lambda_4 = (474 \pm 5)\,nm$	(grün, mittel)
$\lambda_5 = (470 \pm 5)\,nm$	(blau, mittel)
$\lambda_6 = (448 \pm 4)\,nm$	(blau, stark)

Zusatzaufgabe I: Bestimmung des Wasserstoffspektrums

Um nun die Spektrallinien des Wasserstoffspektrums zu bestimmen, gehen wir wie bei der Heliumlampe vor. Diesmal nutzen wir allerdings die Werte aus Tabelle 3:

$\lambda_a = (639 \pm 10)\,nm$	(rot)
$\lambda_b = (471 \pm 5)\,nm$	(türkis)
$\lambda_c = (433 \pm 3)\,nm$	(violett, stark)
$\lambda_d = (410{,}0 \pm 2{,}0)\,nm$	(violett, schwach)

Wir formen nun (5) nach R_∞ um, und erhalten

$$R_{\infty,m} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right)} \qquad (6)$$

Der Fehler nach Gauß beträgt:

$$\Delta R_{\infty,m} = R_{\infty,m} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \qquad (7)$$

Aus dem Praktikumsskript lässt sich entnehmen, dass zu λ_a $m=3$ gehört, zu λ_b $m=4$, λ_c $m=5$ und λ_d $m=6$. Setzen wir diese Werte also nun ein, erhalten wir:

$R_{\infty,3} = (11270000 \pm 180000)\,m^{-1}$	
$R_{\infty,4} = (11320000 \pm 120000)\,m^{-1}$	
$R_{\infty,5} = (11000006 \pm 80000)\,m^{-1}$	
$R_{\infty,6} = (10980000 \pm 50000)\,m^{-1}$	

4. Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir zunächst unser Prismenspektrometer mithilfe einer Quecksilberlampe mit bekanntem Spektrum kalibriert. Danach haben wir das kalibrierte Spektrometer verwendet, um die Wellenlängen der Spektrallinien von Helium zu ermitteln. Schließlich haben wir die Spektrallinien von Wasserstoff untersucht und die Wellenlänge gemessen, um anhand der Balmer-Formel die Rydberg-Konstante zu berechnen.

Zum Vergleich tragen wir unsere Werte in einer Tabelle gegenüber den im Skript gegebenen (fehlerlosen) Literaturwerten auf

i	λ_i [nm]	$\lambda_{i,Lit}$ [nm]	σ-Abweichung
1	649 ± 11	667,8	1,7
2	574 ± 8	587,6	1,7
3	510 ± 6	501,6	1,4
4	474 ± 5	492,2	3,64
5	470 ± 5	471,3	0,26
6	448 ± 4	447,1	0,225
a	639 ± 10	656,3	1,73
b	471 ± 5	486,1	3,02
c	433 ± 3	434,0	0,33
d	$410,0 \pm 2,0$	410,1	0,05

Tabelle 5: Abweichungen Wellenlänge

Nutzen wir den Literaturwert von Wikipedia für die Rydberg-Konstante, welche wie folgt lautet: $R_{\infty,Lit} = (1,097373156815712 \cdot 10^7 \pm 1,0 \cdot 10^{-12})\ m^{-1}$

erhalten wir für die Abweichungen (in aufsteigend von links nach rechts)

$1,6\sigma$; $2,9\sigma$; $0,33\sigma$; $0,13\sigma$

Es fällt auf, dass durchaus einige signifikante Abweichungen auftreten.
Sowohl bei den Spektren, als auch bei der Rydberg-konstante ist deutlich erkennbar, dass die Werte immer mehr von der Literatur abweichen, je größer die Wellenlänge wird. Da es sich durch die signifikante Abweichung nicht um einen Fehler statistischer Art handeln wird, lässt sich annehmen, dass die Abweichung auf meine Ausgleichskurve des Diagramm 1 zurück-zuführen ist. Ich habe den ganz oberen Wert für nicht korrekt gehalten, da er nicht zum Rest meiner Kurve passte. Offensichtlich war er jedoch doch einer der richtigen Werte, der mehr miteinbezogen werden müsste.
Alles in Allem bin ich relativ unzufrieden mit unseren Ergebnissen. Wir haben mehrfach signifikante Abweichungen zur Literatur, und selbst einige der anderen Abweichungen sind trotzdem sehr hoch.
Bei einer erneuten Durchführung des Versuches würde ich mehrere Messreihen durchführen, um falsche Messungen sicher identifizieren zu können. Auch würde ich ein Computerprogramm zum Zeichnen der Dispersionskurve verwenden, um so alle Messwerte sinnvoll miteinzubeziehen.